پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۳

در هر دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدر نسبت d، جملهٔ nام از رابطهٔ $a_n = a_1 + (n-1)d$ به‌دست می‌آید و اگر a, b, c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، آن‌گاه $b^2 = ac$ است.

$$a_3, a_7, a_9 \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 8d \xrightarrow{\text{دنبالهٔ هندسی}} (a_1 + 2d)(a_1 + 8d) = (a_1 + 6d)^2 \Rightarrow a_1^2 + 8a_1 d + 2a_1 d + 16d^2 = a_1^2 + 36d^2 + 12a_1 d$$

$$\Rightarrow 20d^2 + 2a_1 d = 0 \xrightarrow[2d]{\text{تقسیم بر}} 10d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0$$

دقت کنید چون جملات دنبالهٔ حسابی متمایز هستند، پس $d \neq 0$ و می‌توانیم بر $2d$ تقسیم کنیم.

۲ گزینه ۱ هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \rightarrow$$

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
		+	ت ن	−	0	+	

$$\Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4$$

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \rightarrow$$

x	$-\infty$		-6		-1		$+\infty$
		−	0	+	ت ن	−	

$$\Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1$$

$$\Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $x > 4$ یا $x < -6$ می‌رسیم که همان $\mathbb{R} - [-6, 4]$ است.

۳ گزینه ۲ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی به‌صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. داریم:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} (-5)\times \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10\left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

۴ گزینه ۳ روش اول:

$$\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{7x-8}{(x-2)(x+1)} - \frac{x}{x-2} > 0$$

$$\rightarrow \frac{7x-8-x^2-x}{(x-2)(x+1)} > 0 \rightarrow \frac{-x^2+6x-8}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2-6x+8}{(x-2)(x+1)} < 0 \rightarrow \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x+1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0 \xrightarrow[\text{توجه کنید } x=2 \text{ مخرج را صفر می‌کند.}]{\text{تعیین علامت}}$$

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
		+	ن	−	ن	−	0	+	

$$\rightarrow -1 < x < 2 \text{ یا } 2 < x < 4 \rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

روش دوم:

به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$x = 0 \longrightarrow \frac{-8}{-2} > 0$: درست $\longrightarrow$ گزینهٔ دوم حذف می‌شود

$x = 3 \longrightarrow \frac{13}{4} > 3$: درست $\longrightarrow$ گزینه‌های اول و چهارم حذف می‌شوند

۵ **گزینه ۲** ابتدا طرفین تساوی داده‌شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x=۷-۲\sqrt{۶}\Rightarrow x^۲=(۷-۲\sqrt{۶})^۲=۴۹+۲۴-۲۸\sqrt{۶}=۷۳-۲۸\sqrt{۶}$$

$$\sqrt{\frac{x+۲}{۲۵}+\frac{۱}{x}}=\sqrt{\frac{x^۲+۲x+۲۵}{۲۵x}}=\frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۷۳-۲۸\sqrt{۶}+۲(۷-۲\sqrt{۶})+۲۵}{۷-۲\sqrt{۶}}}$$

$$=\frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۷۳-۲۸\sqrt{۶}+۱۴-۴\sqrt{۶}+۲۵}{۷-۲\sqrt{۶}}}=\frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۱۱۲-۳۲\sqrt{۶}}{۷-۲\sqrt{۶}}}$$

$$=\frac{۱}{۵}\sqrt{\frac{۱۶(\cancel{۷-۲\sqrt{۶}})}{\cancel{۷-۲\sqrt{۶}}}}=\frac{\sqrt{۱۶}}{۵}=\frac{۴}{۵}=۰/۸$$

روش دوم:

$$\sqrt{\frac{x+۲}{۲۵}+\frac{۱}{x}}=\sqrt{\frac{۹-۲\sqrt{۶}}{۲۵}+\frac{۱}{۷-۲\sqrt{۶}}}=\sqrt{\frac{۹-۲\sqrt{۶}}{۲۵}+\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۲۵}}\ \overset{(\frac{۱}{۷-۲\sqrt{۶}}\times\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۷+۲\sqrt{۶}}=\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۲۵})}{=\!=\!=\!=\!=}\ \sqrt{\frac{۱۶}{۲۵}}=\frac{۴}{۵}=۰/۸$$

۶ **گزینه ۱** می‌دانیم که $a^۳-b^۳=(a-b)(a^۲+ab+b^۲)$ است. داریم:

$$(x-۲)(x^۲-۴x+۴)-۱=(x-۲)(x-۲)^۲-۱=(x-۲)^۳-۱$$

$$=((x-۲)-۱)((x-۲)^۲+(x-۲)+۱)=(x-۳)(x^۲-۴x+۴+x-۲+۱)=(x-۳)(x^۲-۳x+۳)$$

۷ **گزینه ۴** روش اول:

چون یک چندجمله‌ای در زیررادیکال با فرجهٔ فرد قرار دارد، بنابراین رادیکال با فرجهٔ فرد به ازای تمام مقادیر x تعریف شده است و فقط باید عبارت زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهید.

$$\frac{۲}{x^۲}-\frac{۹}{۲}\geq ۰\to\frac{۴-۹x^۲}{۲x^۲}\geq ۰\to\begin{cases}\text{صورت}=۰\to ۹x^۲=۴\to x^۲=\frac{۴}{۹}\to x=\pm\frac{۲}{۳}\\ \text{مخرج}=۰\to ۲x^۲=۰\to x=۰\end{cases}$$

$\to$

x	$-\infty$		$\frac{-۲}{۳}$		۰		$\frac{۲}{۳}$		$+\infty$
عبارت ≥ ۰		$-$	۰	$+$	ن	$+$	۰	$-$	

$\to x\in[\frac{-۲}{۳},۰)\cup(۰,\frac{۲}{۳}]$

روش دوم:

اگر $x=۱$ باشد زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج منفی می‌شود بنابراین گزینه‌های اول و سوم که شامل $x=۱$ هستند حذف می‌شوند در ضمن $x=۰$ مخرج را صفر می‌کند و گزینهٔ دوم که شامل $x=۰$ است نیز حذف می‌شود.

۸ **گزینه ۳** جملات مشترک دو دنبالهٔ عددی، یک دنبالهٔ عددی است که قدر نسبت آن ک.م.م قدر نسبت‌های دو دنبالهٔ اصلی است.

$۲,۷,۱۲,۱۷\cdots$

$۸,۱۱,۱۴,۱۷\cdots$

دنبالهٔ اعضای مشترک $۱۷,۳۲,۴۷,\cdots$

$$a_n=۱۷+(n-۱)\times ۱۵=۱۵n+۲$$

$$۱۰۰\leq a_n\leq ۹۹۹\to ۱۰۰\leq ۱۵n+۲\leq ۹۹۹\to\frac{۹۸}{۱۵}\leq n\leq\frac{۹۹۷}{۱۵}$$

$$\to ۷\leq n\leq ۶۶\to \text{تعداد جملات}=۶۶-۷+۱=۶۰$$

۹ **گزینه ۱**

اگر a,b,c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند آنگاه: $b^۲=a\cdot c$ و b واسطهٔ هندسی است.

$$\left(۴\sqrt{۲}\right)^۲=۲^a\times ۲^b\Rightarrow ۲^۵=۲^{a+b}\Rightarrow a+b=۵\Rightarrow\frac{a+b}{۲}=۲/۵$$

۱۰ **گزینه ۴**

$$-۱\leq\sin x\leq ۱\to -۵\leq ۵\sin x\leq ۵$$

$$\xrightarrow{-۳} -۸\leq ۵\sin x-۳\leq ۲\to |۵\sin x-۳|\leq ۸\Rightarrow Max=۸$$

۱۱ گزینه ۱

$$(A\cup(A\cap B))'\cap((B\cap A)\cup\underbrace{(B-A)}_{B\cap A'})=(A'\cap(A\cap B)')\cap(B\cap\underbrace{(A\cup A')}_{M})=(A'\cap(A'\cup B'))\cap\underbrace{(B\cap M)}_{B}=A'\cap(A'\cup B')\cap B$$

$$=A'\cap((A'\cup B')\cap B)=A'\cap((A'\cap B)\cup\underbrace{(B'\cap B)}_{\varnothing})=A'\cap(A'\cap B)=\underbrace{(A'\cap A')}_{A'}\cap B=A'\cap B=A'-B'$$

۱۲ گزینه ۴ روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنبالهٔ حسابی به‌ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند آنگاه:

$q=\dfrac{k-m}{m-n}$ قدر نسبت دنبالهٔ هندسی

بنابراین:

$$q=\frac{۱۱-۵}{۵-۱}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}$$

روش دوم: فرض کنیم a_n جمله عمومی دنبالهٔ حسابی می‌باشد:

$a_۱\ ,\ a_۵\ ,\ a_{۱۱}$ جمله متوالی تصاعد هندسی $\Rightarrow a_۵^۲=a_۱\times a_{۱۱}$

$$\Rightarrow (a_۱+۴d)^۲=a_۱(a_۱+۱۰d)\Rightarrow a_۱^۲+۸a_۱d+۱۶d^۲=a_۱^۲+۱۰ad\Rightarrow ۱۶d^۲=۲a_۱d$$

$\Rightarrow a_۱=۸d\Rightarrow q($قدر نسبت تصاعد هندسی$)=\dfrac{a_۵}{a_۱}=\dfrac{a_۱+۴d}{a_۱}=\dfrac{۸d+۴d}{۸d}=\dfrac{۳}{۲}$

۱۳ گزینه ۱

با کمی دقت متوجه می‌شویم که تعداد نقطه‌های هر شکل برابر با $[(n+۰)+(n+۱)+\cdots+(n+n-۱)]$ می‌باشد.

شکل اول: ۱ ، شکل دوم: $۲+۳$ ، شکل سوم: $۳+۴+۵$ ، شکل چهارم: $۴+۵+۶+۷$ ، $\cdots$

پس تعداد نقطه‌ها در شکل نهم می‌شود:

$$۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷=۱۱۷$$

۱۴ گزینه ۴ می‌دانیم $(a-b)(a^۲+b^۲+ab)=a^۳-b^۳$ است.

$$\sqrt[۳]{x+۱}-\sqrt[۳]{x-۲}=۱\Rightarrow\frac{۱}{\sqrt[۳]{x+۱}-\sqrt[۳]{x-۲}}=۱$$

$$\xrightarrow{\text{گویا می‌کنیم}}\frac{\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}+\sqrt[۳]{(x-۲)^۲}+\sqrt[۳]{(x+۱)(x-۲)}}{(\sqrt[۳]{x+۱}-\sqrt[۳]{x-۲})(\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}+\sqrt[۳]{(x-۲)^۲}+\sqrt[۳]{(x+۱)(x-۲)})}=۱$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}+\sqrt[۳]{(x-۲)^۲}+\sqrt[۳]{x^۲-x-۲}}{x+۱-(x-۲)}=۱$$

$$\Rightarrow\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}+\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+\sqrt[۳]{x^۲-x-۲}=۳\qquad\star$$

از طرفی: $\sqrt[۳]{x+۱}-\sqrt[۳]{x-۲}=۱\xrightarrow{\text{توان } ۲}\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}+\sqrt[۳]{(x-۲)^۲}-۲\sqrt[۳]{(x+۱)(x-۲)}=۱$

$$\Rightarrow\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}+\sqrt[۳]{(x-۲)^۲}=۱+۲\sqrt[۳]{x^۲-x-۲}\qquad\star\star$$

در رابطهٔ $\star$ به‌جای $\sqrt[۳]{(x+۱)^۲}+\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}$ مساویش را از رابطهٔ $\star\star$ قرار می‌دهیم.

پس: $۱+۲\sqrt[۳]{x^۲-x-۲}+\sqrt[۳]{x^۲-x-۲}=۳$

$$\Rightarrow ۳\sqrt[۳]{x^۲-x-۲}=۲\Rightarrow\sqrt[۳]{x^۲-x-۲}=\frac{۲}{۳}$$

۱۵ گزینه ۱ با توجه به جدول تعیین علامت داریم:

۱) $(a-۱)$ ریشهٔ عبارت است و از $x=۱$ بزرگ‌تر است بنابراین:

$$(I)=a-۱>۱\Rightarrow a>۲$$

۲) ضریب $x^۲$: $۴-a$ $\Leftarrow$ $(x-۱)((۴-a)x+b)=(۴-a)x^۲+bx-(۴-a)x-b$

با توجه به جدول و این‌که عبارت بین دو ریشه تغییر علامت می‌دهد و علامتش مخالف ضریب $x^۲$ است. بنابراین ضریب $x^۲$ مثبت است یعنی $(II)=۴-a>۰\Rightarrow a<۴$

$$I\cap II=۲<a<۴\xrightarrow{a\in\mathbb{Z}}a=۳$$

$$\Rightarrow A=(x-۱)(x+b)=۰\Rightarrow\begin{cases}x-۱=۰\Rightarrow x=۱\\ x+b=۰\Rightarrow x=-b\end{cases}$$

با توجه به جدول تعیین علامت، ریشه‌های معادله $a-۱$, ۱ است بنابراین:

$-b = a - ۱ = ۳ - ۱ = ۲ \Rightarrow b = -۲$

$a + b = ۳ - ۲ = ۱$

۱۶ گزینه ۱

$$(\frac{۱}{\cos\theta} - ۱)(\frac{۱}{\cos\theta} + ۱) = \frac{۱}{\cos^۲\theta} - ۱ = \frac{۱ - \cos^۲\theta}{\cos^۲\theta} = \frac{\sin^۲\theta}{\cos^۲\theta} = \tan^۲\theta$$

۱۷ گزینه ۳

چند دستهٔ اول را نوشته و با جملات آخر هر دسته یک دنباله تشکیل داده و جملهٔ چهلم دنباله را پیدا می‌کنیم:

دستهٔ اول: $\{۱\}$

دستهٔ دوم: $\{۳, ۵\}$

دستهٔ سوم: $\{۷, ۹, ۱۱\}$

دستهٔ چهارم: $\{۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۹\}$

بنابراین دنبالهٔ جملات آخر دسته‌ها به‌صورت $۱, ۵, ۱۱, ۱۹, \cdots$ است که می‌توان به‌صورت $(۱ \times ۲) - ۱, (۲ \times ۳) - ۱, (۳ \times ۴) - ۱, \cdots$ نوشت، یعنی جملهٔ عمومی $a_n = n(n + ۱) - ۱$ است، پس:

$a_{۴۰} = ۴۰ \times (۴۱) - ۱ = ۱۶۴۰ - ۱ = ۱۶۳۹$

۱۸ گزینه ۴ طبق فرض عبارت $p(x) = (x^۲ - ۴x + ۳)(۲x^۲ + ax + b)$ همواره نامنفی است، یعنی به ازای تمامی مقادیر حقیقی x، شرط $p(x) \geq ۰$ برقرار است. چون ریشه‌های عبارت $(x^۲ - ۴x + ۳)$ ساده هستند، پس در طرفین این ریشه‌ها قطعاً تغییر علامت خواهیم داشت. حال برای این که عبارت $p(x)$ تغییر علامت ندهد، باید ریشه‌های عبارت $(۲x^۲ + ax + b)$ همان ریشه‌های عبارت $(x^۲ - ۴x + ۳)$ باشند تا به دلیل وجود ریشه‌های مضاعف، تغییر علامت اتفاق نیفتد. چون ریشه‌های عبارت $(x^۲ - ۴x + ۳)$ مقادیر $x = ۱$ و $x = ۳$ هستند، پس باید ریشه‌های عبارت $(۲x^۲ + ax + b)$ نیز برابر $x = ۱$ و $x = ۳$ باشند که در این صورت خواهیم داشت:

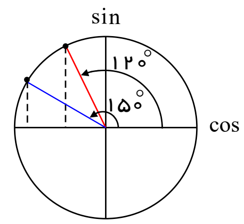
$$\left.\begin{array}{l} S = x_۱ + x_۲ = ۱ + ۳ = -\frac{a}{۲} \Rightarrow a = -۸ \\ P = x_۱ \cdot x_۲ = ۱ \times ۳ = \frac{b}{۲} \Rightarrow b = ۶ \end{array}\right\} \Rightarrow a + b = -۲$$

۱۹ گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \frac{-۲}{۳} \rightarrow \cos\theta < ۰ \rightarrow \text{ناحیهٔ دوم یا سوم} \\ \tan\theta\cos\theta > ۰ \xrightarrow{\cos\theta < ۰} \tan\theta < ۰ \rightarrow \text{ناحیهٔ دوم یا چهارم} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اشتراک دو شرط}} \text{ناحیهٔ دوم}$$

۲۰ گزینه ۳

با توجه به دایرهٔ مثلثاتی زیر و تساوی‌های $\cos ۱۲۰^\circ = -\cos ۶۰^\circ, \cos ۱۵۰^\circ = -\cos ۳۰^\circ$ داریم:

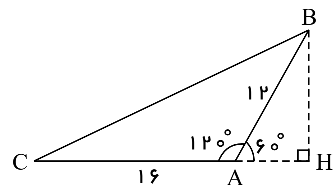


$۱۲۰^\circ \leq \alpha \leq ۱۵۰^\circ$

$$\cos ۱۵۰^\circ \leq \cos\alpha \leq \cos ۱۲۰^\circ \Rightarrow \frac{-\sqrt{۳}}{۲} \leq \cos\alpha \leq \frac{-۱}{۲} \Rightarrow \frac{-\sqrt{۳}}{۲} \leq ۲m - ۱ \leq \frac{-۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{+۱} \frac{۲ - \sqrt{۳}}{۲} \leq ۲m \leq \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\div ۲} \frac{۲ - \sqrt{۳}}{۴} \leq m \leq \frac{۱}{۴}$$

۲۱ گزینه ۱ ضلع AC را امتداد داده و از B بر آن عمود رسم می‌کنیم.

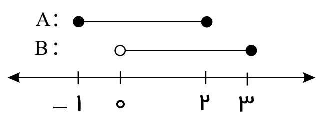


$$A\overset{\Delta}{H}B \rightarrow \overline{BH} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \overline{BA} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۲ = ۶\sqrt{۳}$$

$$S_{A\overset{\Delta}{B}C} : \frac{\overline{BH} \times \overline{AC}}{۲} = \frac{۶\sqrt{۳} \times ۱۶}{۲} = ۴۸\sqrt{۳}$$

۲۲ گزینه ۲

بازه‌ها را روی محور نمایش می‌دهیم و گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



۱) $A \cup B = [-۱, ۳]$

۲) $B - A = (۲, ۳]$

۳) $B \cap A = (۰, ۲]$

$$۴)\ A - B = [-۱, ۰]$$

۲۳ گزینه ۳

می‌دانیم $(a+b+c)^۲ = a^۲ + b^۲ + c^۲ + ۲ab + ۲ac + ۲bc$ است.

$$۲a^۲ + b^۲ + ۲ab + ۴b - ۲a + ۱۳ = ۰$$

$$\xrightarrow[-۲a=۴a-۶a]{۲a^۲=a^۲+a^۲,۱۳=۹+۴} \underbrace{a^۲ + b^۲ + ۴ + ۲ab + ۴b + ۴a}_{(a+b+۲)^۲} + \underbrace{a^۲ - ۶a + ۹}_{(a-۳)^۲} = ۰$$

$$(a+b+۲)^۲ + (a-۳)^۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a - ۳ = ۰ \Rightarrow a = ۳ \\ a + b + ۲ = ۰ \xrightarrow{a=۳} b + ۵ = ۰ \Rightarrow b = -۵ \end{cases}$$

پس: $۳a + ۲b = ۹ - ۱۰ = -۱$

۲۴ گزینه ۱

$$f(x+۱) = x^۲ + ۴x \Rightarrow f(x+۱) = x(x+۴)$$

$$x + ۱ = t \Rightarrow \begin{cases} x = t - ۱ \\ ۴ + x = t + ۳ \end{cases} \Rightarrow\ f(t) = (t-۱)(t+۳)$$

$$x - ۱ = t \Rightarrow \begin{cases} t - ۱ = x - ۲ \\ t + ۳ = x + ۲ \end{cases} \Rightarrow\ f(x-۱) = (x-۲)(x+۲) = x^۲ - ۴$$

۲۵ گزینه ۳

اگر n تیم در یک لیگ بازی کنند؛ به طوری که هر دو تیم با هم دقیقاً یک بازی انجام دهند، تعداد بازی‌ها، برابر است با: $\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$

$$\frac{n(n-۱)}{۲} = ۷۸ \Rightarrow n(n-۱) = ۱۵۶ \Rightarrow n^۲ - n - ۱۵۶ = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (n-۱۳)(n+۱۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} n - ۱۳ = ۰ \Rightarrow n = ۱۳ \checkmark \\ n + ۱۲ = ۰ \Rightarrow n = -۱۲ \end{cases}$$ غ.ق.ق (تعداد بازی‌ها نمی‌تواند منفی باشد.)

۲۶ گزینه ۲ *نکته*: باید دقت شود که تنها عضو مجموعه A، $\{\{a\}, \{\varnothing\}, a\}$ می‌باشد و a، $\{\varnothing\}$ و $\{a\}$ به تنهایی عضو A نیستند.

الف) مجموعهٔ A، عضوی به‌صورت a (به تنهایی) ندارد. پس $a \in A$ صحیح نیست.

ب) تهی، زیرمجموعهٔ تمام مجموعه‌هاست.

ج) $\{\{a\}\}$ زیرمجموعهٔ A نیست. چون عضوی به‌صورت $\{a\}$ به تنهایی در A وجود ندارد. پس این رابطه هم صحیح نیست.

د) مثل موارد الف و ج، A عضوی به‌صورت $\{\varnothing\}$ ندارد. دقت کنید که $\{\varnothing\}$ تهی نیست و به معنای مجموعهٔ تک‌عضوی شامل $\varnothing$ است.

۲۷ گزینه ۱ روش اول: باید نامعادلهٔ $|۲x^۲ - ۴| < ۲x$ را حل کنیم می‌دانیم که ریشه‌های داخل قدرمطلق $\pm\sqrt{۲}$ هستند.

$$x < -\sqrt{۲} : ۲x^۲ - ۴ < ۲x \to ۲x^۲ - ۲x - ۴ < ۰ \to x^۲ - x - ۲ < ۰ \to (x-۲)(x+۱) < ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱ < x < ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \varnothing$$

$$-\sqrt{۲} \le x \le \sqrt{۲} : -۲x^۲ + ۴ < ۲x \to ۲x^۲ + ۲x - ۴ > ۰ \to x^۲ + x - ۲ > ۰ \to (x+۲)(x-۱) > ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -۲ \text{ یا } x > ۱ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} ۱ < x < \sqrt{۲}$$

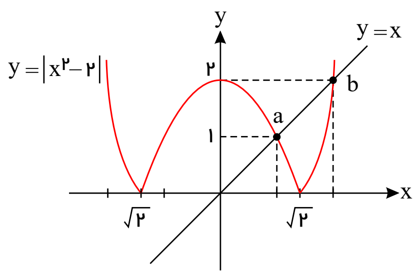
$$x > \sqrt{۲} : ۲x^۲ - ۴ < ۲x \to ۲x^۲ - ۲x - ۴ < ۰ \to x^۲ - x - ۲ < ۰ \to (x-۲)(x+۱) < ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱ < x < ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \sqrt{۲} < x < ۲$$

از اجتماع جواب‌های بدست‌آمده به جواب $x \in (۱, ۲)$ می‌رسیم بنابراین $b - a = ۱$ است.

روش دوم: تابع $y = |۲x^۲ - ۴|$ و $y = ۲x$ را رسم کرده و مشخص می‌کنیم در چه بازه‌ای تابع $y = |۲x^۲ - ۴|$ زیر تابع $y = ۲x$ قرار دارد.

$$|2x^2-4|<2x \rightarrow |2(x^2-2)|<2x \rightarrow |x^2-2|<x$$



برای این منظور باید نقاط a, b را پیدا کنیم.

$$|x^2-2|=x \rightarrow \begin{cases} x^2-2=x \rightarrow x^2-x-2=0 \rightarrow (x-2)(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \quad b \\ x=-1 \ \text{غ ق ق} \end{cases} \\ x^2-2=-x \rightarrow x^2+x-2=0 \rightarrow (x+2)(x-1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=-2 \ \text{غ ق ق} \\ x=1 \quad a \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین جواب مسأله بازهٔ $(1, 2)$ است و $b-a=1$ است.

۲۸ گزینه ۲

$$\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^2-5x+6} \le 0 \Rightarrow \frac{x^2(x^2-2x+1)}{(x-3)(x-2)} \le 0 \Rightarrow \frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)} \le 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2=0 \Rightarrow x=0 \\ (x-1)^2=0 \Rightarrow x=1 \\ (x-3)=0 \Rightarrow x=3 \\ (x-2)=0 \Rightarrow x=2 \end{cases} \Rightarrow$$

		۰		۱		۲		۳	
x^2	+	○	+		+		+		+
$(x-1)^2$	+		+	○	+		+		+
$(x-3)$	−		−		−		−	○	+
$(x-2)$	−		−		−	○	+		+
$\frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)}$	+	○	+	○	+	ت ن	−	ت ن	+

$x \in \{0, 1\} \cup (2, 3)$: ۱ عدد طبیعی

۲۹ گزینه ۱

$$\cos^2\theta = 1-\sin^2\theta = 1-\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$$

$$\cos\theta = \pm\frac{1}{3} \xrightarrow[\text{ربع چهارم}]{\theta} \cos\theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin(270^\circ-\theta) = -\cos\theta = \frac{-1}{3}$$

۳۰ گزینه ۴

$$(\sqrt{x-2}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x-2}-\sqrt{x+1}) \overset{\text{مزدوج}}{=\!=\!=} x-2-(x+1)$$

$$\Rightarrow 27(\sqrt{x-2}-\sqrt{x+1})=-3 \Rightarrow \sqrt{x-2}-\sqrt{x+1}=-\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1}-\sqrt{x-2}=\frac{1}{9}$$

۳۱ گزینه ۴

$$\left(\tan^2\alpha-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)\right)\left(\frac{1}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}\right)=(\tan^2\alpha-1)\left(\frac{1}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}\right)=\left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-1\right)\left(\frac{1}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}\right)$$

$$=\frac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}\times\frac{1}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

۳۲ گزینه ۳ چشم‌انداز: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های تابع درجه دوم باشند، ضابطهٔ آن $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ است.

پلهٔ یکم:

$$y=a(x+7)(x+\frac{1}{2}) \xrightarrow{(0,7)} 7=\frac{7a}{2} \Rightarrow a=2 \Rightarrow y=2(x+7)(x+\frac{1}{2})=(x+7)(2x+1)=2x^2+15x+7$$

پلهٔ دوم: معادلهٔ تلاقی خط و منحنی نباید ریشه داشته باشد:

$$۲x^۲ + ۱۵x + ۷ = mx - ۱ \Rightarrow ۲x^۲ + (۱۵ - m)x + ۸ = ۰$$

$$\Delta < ۰ \Rightarrow (۱۵ - m)^۲ - ۴(۲)(۸) < ۰ \Rightarrow ۲۲۵ - ۳۰m + m^۲ - ۶۴ < ۰ \Rightarrow m^۲ - ۳۰m + ۱۶۱ < ۰$$

$$\Rightarrow (m - ۲۳)(m - ۷) < ۰ \Rightarrow ۷ < m < ۲۳$$

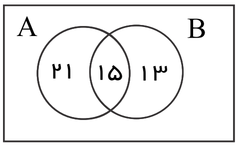
۳۳ **گزینه ۳** کل عبارت را A می‌نامیم و داریم:

$$\begin{cases} (۲۴)^{\frac{۲}{۳}} = (۳ \times ۸)^{\frac{۲}{۳}} = (۳ \times ۲^۳)^{\frac{۲}{۳}} = ۳^{\frac{۲}{۳}} \times ۲^۲ \\ ۴^{\frac{۷}{۲}} = (۲^۲)^{\frac{۷}{۲}} = ۲^۷ \\ (۳۲)^۲ = (۲^۵)^۲ = ۲^{۱۰} \\ (۲۷)^{-\frac{۱}{۳}} = (۳^۳)^{\frac{-۱}{۳}} = ۳^{-۱} \\ ۴۸^{\frac{-۱}{۴}} = (۳ \times ۱۶)^{\frac{-۱}{۴}} = (۳ \times ۲^۴)^{-\frac{۱}{۴}} = ۳^{\frac{-۱}{۴}} \times ۲^{-۱} \end{cases}$$

$$A = \frac{۲^۲ \times ۳^{\frac{۲}{۳}} \times ۲^۷}{۲^{۱۰} \times ۳^{-۱} \times ۲^{-۱} \times ۳^{\frac{-۱}{۴}}} = \frac{۲^۹ \times ۳^{\frac{۲}{۳}}}{۲^۹ \times ۳^{\frac{-۵}{۴}}} = ۳^{\frac{۲}{۳}+\frac{۵}{۴}} = ۳^{\frac{۸+۱۵}{۱۲}} = ۳^{\frac{۲۳}{۱۲}}$$

A ریشه بیست و سوم $= \sqrt[۲۳]{A} = A^{\frac{۱}{۲۳}} = (۳^{\frac{۲۳}{۱۲}})^{\frac{۱}{۲۳}} = ۳^{\frac{۱}{۱۲}} = \sqrt[۱۲]{۳}$

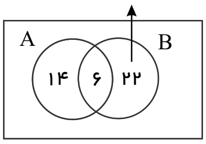
۳۴ **گزینه ۳** طبق فرض، پیش از تغییر، اعضا به صورت زیر توزیع شده بودند:



۱۶ عضو از A برداشته‌ایم که ۹ عضو آن در اشتراک دو مجموعه حضور داشته‌اند، پس ۹ عضو از اشتراک کم می‌شود و ۷ عضو هم از باقیمانده A:

$۱۳ + ۹ = ۲۲$

از مجموعه‌ی B عضوی کم نشده است
یعنی همان ۲۸ عضو را دارد



دقت: از B چیزی حذف نشده. بنابراین تعداد آن نباید تغییر کند.

حال تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه را در وضعیت جدید محاسبه می‌کنیم:

$$n(A \cup B) = ۱۴ + ۶ + ۲۲ = ۴۲$$

۳۵ **گزینه ۴** باتوجه به صورت سؤال، برای آن‌که اعداد مورد نظر بزرگ‌تر از ۵۰۰ باشند در رقم صدگان یکی از ارقام ۵، ۶ و ۷ و ۸ و ۹ می‌تواند قرار بگیرد و در حالت کلی برای این که مجموع ارقام یکان و دهگان ۸ باشد مجموعه‌ی اعداد $\{(۰,۸), (۱,۷), (۲,۶), (۳,۵), (۴,۴)\}$ را خواهیم داشت، بنابراین داریم:

صدگان دهگان یکان

$$\boxed{۵,۶,۷,۸,۹}\ \boxed{۸}\ \boxed{۰} \Rightarrow ۵ \times ۱ \times ۱ = ۵$$

صدگان دهگان یکان

$$\boxed{۵,۶,۷,۸,۹}\ \boxed{۰}\ \boxed{۸} \Rightarrow ۵ \times ۱ \times ۱ = ۵$$

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان صفر یا ۸ باشد ۱۰ حالت است، به همین ترتیب برای مجموعه‌ی ارقام $\{(۱,۷), (۲,۶), (۳,۵)\}$ نیز همین روند را داریم:

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۱ یا ۷ باشد، ۱۰ حالت است.

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۲ یا ۶ باشد، ۱۰ حالت است.

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۳ یا ۵ باشد، ۱۰ حالت است.

صدگان دهگان یکان

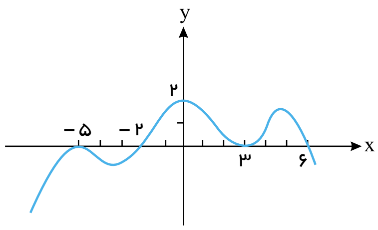
$$\boxed{۵,۶,۷,۸,۹}\ \boxed{۴}\ \boxed{۴} \Rightarrow ۵ \times ۱ \times ۱ = ۵$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر خواهد بود با:

$$۱۰+۱۰+۱۰+۱۰+۵=۴۵$$

۳۶ گزینه ۴

برای تعیین مجموعهٔ جواب نامعادله کافی است عبارت داده‌شده را تعیین علامت کنیم:



$$\frac{(۳x^۲-x^۳)f(x)}{(x+۲)^۳}\leq ۰ \Rightarrow \frac{x^۲(۳-x)f(x)}{(x+۲)^۳}\leq ۰$$

x	$-\infty$		-۵		-۲		۰		۳		۶		$+\infty$
$x^۲$		+		+		+	۰	+		+		+	
$۳-x$		+		+		+		+	۰	−		−	
$f(x)$		−	۰	−	۰	+		+	۰	+	۰	−	
$(x+۲)^۳$		−		−	۰	+		+		+		+	
کل کسر		+	۰	+	ت ن	+	۰	+	۰	−	۰	+	

طبق جدول، مجموعهٔ جواب نامعادله به‌صورت $\{-۵,۰\}\cup[۳,۶]$ است، بنابراین اعداد صحیح ۵− و ۰ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ در مجموعهٔ جواب نامعادله وجود دارند که تعداد آن‌ها برابر ۶ است.

۳۷ گزینه ۱ دقت کنید که حرف «ی» اگر در آخر کلمه بیاید، نقطه ندارد و در غیر این‌صورت ۲ نقطه دارد.

حالات ممکن

- «ز»، «خ» باشند و «ی» نباشد: $\underbrace{\binom{۴}{۳}}_{\text{انتخاب ۳ حرف از ۴ حرف باقی مانده}}\times\overbrace{۵!}^{\text{چیدن ۵ حرف}}=۴\times ۱۲۰=۴۸۰$
- «ز»، «خ» باشند و «ی» حرف آخر باشد: $\underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{انتخاب ۲ حرف از ۴ حرف باقی مانده}}\times\overbrace{۴!}^{\text{چیدن همه جز «ی»}}=۶\times ۴!=۱۴۴$
- «ز»، «خ» نباشند و «ی» باشد و حرف آخر هم نباشد: جایگشت ۵ حرف باقی مانده ــ حالاتی که «ی» در آخر است $=۵!-۴!=۹۶$

$$\Rightarrow \text{مجموع}=۴۸۰+۱۴۴+۹۶=۷۲۰$$

۳۸ گزینه ۲ ابتدا با توجه به زوج‌مرتب $(۵,-۲)$ می‌توان نوشت $f(۵)=-۲$. از طرفی در $f(x)=۵$ با توجه به زوج‌مرتب $(-۷,۵)$ داریم:

$$\underbrace{f(f(x))}_{۵}=-۲\Rightarrow f(\underset{\underset{-۷}{\downarrow}}{x})=۵\Rightarrow x=-۷$$

۳۹ گزینه ۲

$$A_۱=\{m\in\mathbb{Z}|-۱\leq m\leq ۷\}=\{-۱,۰,\cdots,۷\}$$

$$A_۲=\{m\in\mathbb{Z}|-۲\leq m\leq ۶\}=\{-۲,-۱,\cdots,۶\}$$

.

.

$$A_۸=\{-۸,-۷,\cdots,۰\}$$

$$\left.\begin{array}{l}\bigcup\limits_{i=۱}^{۸}A_i=\{-۸,-۷,-۶,\cdots,۵,۶,۷\}\Rightarrow \text{تعداد اعضا}=۱۶\\ \bigcap\limits_{i=۱}^{۸}A_i=\{-۱,۰\}\Rightarrow \text{تعداد اعضا}=۲\end{array}\right\}\xrightarrow{(-)}\text{تعداد اعضای باقی مانده}=۱۴$$

۴۰ گزینه ۱

می‌دانیم: $ab > ۰ \Rightarrow \begin{cases} a, b > ۰ \\ \text{یا} \\ a, b < ۰ \end{cases}$

$$(x^۲ - x - ۶)(۲x^۲ + ax + b) \geq ۰$$

عبارت $x^۲ - x - ۶$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^۲ - x - ۶ = ۰ \Rightarrow (x - ۳)(x + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \\ x = -۲ \end{cases}$$

x		-۲		۳	
$x^۲ - x - ۶$	+	۰	−	۰	+

برای اینکه عبارت مورد نظر همواره مثبت باشد باید تعیین علامتی عیناً مشابه تعیین علامت $x^۲ - x - ۶$ داشته باشد بنابراین باید ریشه‌های دو عبارت مشابه باشند و به بیان دیگر عبارت $۲x^۲ + ax + b$ باید ضریبی از $x^۲ - x - ۶$ باشد.

$$x^۲ - x - ۶ \xrightarrow{\times ۲} ۲x^۲ - ۲x - ۱۲ = ۲x^۲ + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = -۲ \\ b = -۱۲ \end{cases} \Rightarrow a - b = -۲ - (-۱۲) = ۱۰$$

۴۱ گزینه ۳ می‌دانیم $(a - b)^۳ = a^۳ - ۳a^۲b + ۳ab^۲ - b^۳$ است.

$$\sqrt[۳]{x} - \frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} = ۲ \xrightarrow{\text{توان } ۳} (\sqrt[۳]{x})^۳ - ۳(\sqrt[۳]{x})^۲(\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}) + ۳(\sqrt[۳]{x})(\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}})^۲ - (\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}})^۳ = ۸$$

$$\Rightarrow x - ۳\sqrt[۳]{x} + \frac{۳}{\sqrt[۳]{x}} - \frac{۱}{x} = ۸ \Rightarrow x - \frac{۱}{x} - ۳\underbrace{(\sqrt[۳]{x} - \frac{۱}{\sqrt[۳]{x}})}_{۲} = ۸$$

$$\Rightarrow x - \frac{۱}{x} = ۸ + ۶ = ۱۴ \Rightarrow \frac{x^۲ - ۱}{x} = ۱۴$$

۴۲ گزینه ۱ ابتدا هر دو عبارت را ساده می‌کنیم.

$$\frac{\sqrt{۲۷} - ۱}{۴ + \sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳} - ۱}{۴ + \sqrt{۳}} \times \frac{۴ - \sqrt{۳}}{۴ - \sqrt{۳}} = \frac{۱۲\sqrt{۳} - ۹ - ۴ + \sqrt{۳}}{۱۶ - ۳} = \frac{۱۳\sqrt{۳} - ۱۳}{۱۳} = \frac{۱۳(\sqrt{۳} - ۱)}{۱۳} = \sqrt{۳} - ۱$$

$$(۲ - \sqrt{۳})^{-۱} = \frac{۱}{۲ - \sqrt{۳}} \times \frac{۲ + \sqrt{۳}}{۲ + \sqrt{۳}} = \frac{۲ + \sqrt{۳}}{۴ - ۳} = ۲ + \sqrt{۳}$$

پس: $\frac{\sqrt{۲۷} - ۱}{۴ + \sqrt{۳}} + (۲ - \sqrt{۳})^{-۱} = \sqrt{۳} - ۱ + ۲ + \sqrt{۳} = ۱ + ۲\sqrt{۳}$

۴۳ گزینه ۴

معادله دارای ۲ ریشه متمایز : $\Delta > ۰$

$$(m + ۲)x^۲ + ۴x + (m - ۱) = ۰ \Rightarrow \Delta = ۴^۲ - ۴(m + ۲)(m - ۱)$$
$$= ۱۶ - ۴m^۲ - ۴m + ۸ = -۴m^۲ - ۴m + ۲۴$$

$$\Delta > ۰ \Rightarrow -۴m^۲ - ۴m + ۲۴ > ۰ \xrightarrow{\div(-۴)} m^۲ + m - ۶ < ۰ \to (m - ۲)(m + ۳) < ۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} m + ۳ = ۰ \Rightarrow m = -۳ \\ m - ۲ = ۰ \Rightarrow m = ۲ \end{cases}$$

m		−۳		۲	
$(m-۲)(m+۳)$	+	۰	−	۰	+

$-۳ < m < ۲$

اما به ازای $m = -۲$ معادله دیگر درجه دو نخواهد بود، پس مجموعه mها عبارت است از: $(-۳, -۲) \cup (-۲, ۲)$

۴۴ گزینه ۳ با توجه به نقطهٔ رأس و $(۰, ۴)$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} y = ۲x^۲ + bx + c \xrightarrow{(۰,۴)} ۴ = ۰ + ۰ + c \Rightarrow c = ۴ \\ \text{طول رأس}: \frac{-b}{۲a} = \frac{-b}{۴} = -۳ \Rightarrow -b = -۱۲ \Rightarrow b = ۱۲ \end{array}\right\} \Rightarrow b + c = ۱۶$$

۴۵ گزینه ۲

$$\sqrt[5]{(\sqrt{2}+1)^4}\times\sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}=\sqrt[5]{\left((\sqrt{2}+1)^2\right)^2}\times\sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}$$

$$=\sqrt[5]{(2+1+2\sqrt{2})^2}\times\sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}=\sqrt[5]{(3+2\sqrt{2})^2}\times\sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}$$

$$=(3+2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}}\times(3-2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}}=\left((3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$=\left(3^2-(2\sqrt{2})^2\right)^{\frac{2}{5}}=(9-8)^{\frac{2}{5}}=1^{\frac{2}{5}}=1$$

۴۶ گزینه ۳

$$\boxed{\begin{array}{l}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ 1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}\end{array}}$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2=1\Rightarrow\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha\Rightarrow\begin{cases}\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}\\ \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}\end{cases}$$

چون $\cos\alpha$ در مسئله بصورت یک رادیکال داده شده و مثبت است، مقدار مثبت را می‌پذیریم:

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-m^2}\xrightarrow{(\ )^2}1-\sin^2\alpha=1-m^2\Rightarrow\sin^2\alpha=m^2$$

از طرفی: $1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}\Rightarrow1+\left(\sqrt{\dfrac{m}{n}-1}\right)^2=\dfrac{1}{m^2}$

$$\Rightarrow1+\frac{m}{n}-1=\frac{1}{m^2}\Rightarrow\frac{m}{n}=\frac{1}{m^2}\Rightarrow m^3=n$$

۴۷ گزینه ۴ با توجه به نمودار و نکتهٔ زیر داریم:

نکته:

دامنه: محدودهٔ	x های تابع روی نمودار
برد: محدودهٔ	y های تابع روی نمودار

$$\begin{array}{l}\text{دامنه}=[0,4]\\ \text{برد}=[-1,2]\end{array}\Rightarrow[0,4]\cap[-1,2]=[0,2]$$

۴۸ گزینه ۳ وقتی نمودار بالای محور xها و بر آن مماس است یعنی ریشه‌ی مضاعف دارد ،بنابراین:

$$y=(m-2)x^2-3x+m+2\geq0$$

$$\begin{cases}\Delta=0\Rightarrow b^2-4ac=0\Rightarrow9-4(m-2)(m+2)=0\\ a\geq0\Rightarrow m-2\geq0\Rightarrow m\geq2\quad(I)\end{cases}$$

$$9-4(m-2)(m+2)=0\Rightarrow9-4(m^2-4)=0\Rightarrow9-4m^2+16=0$$

$$\Rightarrow-4m^2+25=0\Rightarrow-4m^2=-25\Rightarrow4m^2=25\Rightarrow m^2=\frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m=\dfrac{5}{2}\\ m=-\dfrac{5}{2}\end{cases}\xrightarrow[(I)]{m\geq2}m=\frac{5}{2}$$

۴۹ گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{l}f(1)+f(10)+f(100)=1^2+10^2+100^2+a(1+10+100)+3b=10101+111a+3b\\ g(1)+g(10)+g(100)=1^2+10^2+100^2+c(1+10+100)+3d=10101+111c+3d\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow10101+111a+3b=10101+111c+3d\Rightarrow111a+3b=111c+3d\xrightarrow{\div3}37a+b=37c+d$$

$$\Rightarrow37a-37c=d-b\Rightarrow37(a-c)=d-b\Rightarrow\boxed{\frac{d-b}{a-c}=37}\quad(I)$$

$$f(x)=g(x)\Rightarrow x^2+ax+b=x^2+cx+d\Rightarrow ax+b=cx+d$$

$$\Rightarrow ax-cx=d-b\Rightarrow x(a-c)=d-b\Rightarrow\boxed{x=\frac{d-b}{a-c}}\quad(II)$$

$$I, II \Rightarrow \boxed{x = 37}$$

۵۰ گزینه ۲

$$A = (2x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=\dfrac{-1}{2} \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

	$-\frac{1}{2}$		4	
A	+	0	−	0	+

$$B = \frac{(b^2-x)(2x+1)}{(ax+b)} \Rightarrow \begin{cases} b^2 - x = 0 \xrightarrow{x=4} b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b = \pm 2 \\ a = 0 \end{cases}$$

دقت کنید اگر مخرج ریشه داشته باشد، عبارت در آن تعریف‌نشده خواهد بود، بنابراین لازم است مخرج کسر فاقد ریشه باشد تا جدول تعیین علامت یکسان با عبارت A داشته باشد.

با توجه به مخرج (b)؛ علامت b باید منفی باشد تا به‌ازای $x > 4$ عبارت مثبت باشد.

$$b = -2 \rightarrow a + b = -2$$